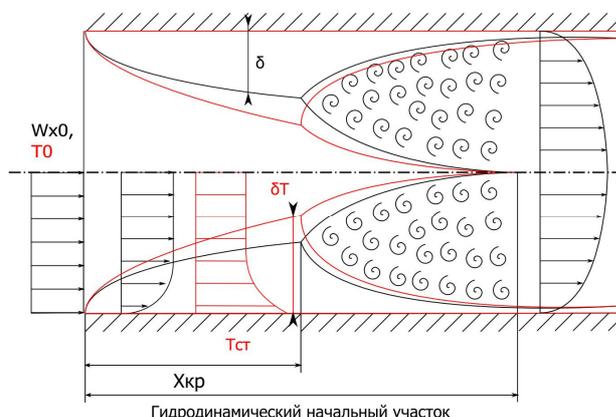


### План лекции:

1. Особенности движения и теплообмена в трубах и каналах
2. Теплоотдача при вязкостном ламинарном течении жидкости в гладких трубах круглого сечения
3. Теплоотдача при турбулентном течении жидкости в трубах различного сечения
4. Теплоотдача при ламинарном вязкостно-гравитационном режиме течения
5. Теплоотдача в изогнутых трубах (змеевиках)
6. Теплоотдача в трубах с закруткой потока
7. Вопросы для дистанционного освоения лекции

### 1. ОСОБЕННОСТИ ДВИЖЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА В ТРУБАХ И КАНАЛАХ

На внутренней поверхности трубы, через которую течет жидкость, образуется динамический пограничный слой, который может иметь ламинарный или турбулентный характер.



На некотором расстоянии от входа пограничные слои смыкаются, и после этого в поперечном сечении устанавливается стабильное распределение скоростей, **которое при ламинарном режиме течения имеет параболический характер, а при турбулентном степенной** (с показателем степени, зависящем от числа  $Re$ ).

Расстояние от входа в трубу или канал до сечения, в котором динамические пограничные слои смыкаются, называется **гидродинамическим начальным участком**, или участком гидродинамической стабилизации.

Аналогично развивается и тепловой пограничный слой. Участок от начала трубы до смыкания тепловых пограничных слоев называется **тепловым начальным участком**.

Режим течения жидкости в трубе зависит от значения числа Рейнольдса:

$$Re = \frac{\bar{w}_x d}{\mu},$$

где  $\bar{w}_x$  - средняя по сечению трубы скорость жидкости;  $d$  - диаметр трубы.

Среднюю по сечению трубы скорость жидкости можно выразить через известный массовый расход теплоносителя:

$$\bar{w} = \frac{G}{\rho S} = \frac{4G}{\rho \pi d^2}. \quad (1)$$

Тогда:

$$Re = \frac{4G}{\pi d \mu} . \quad (2)$$

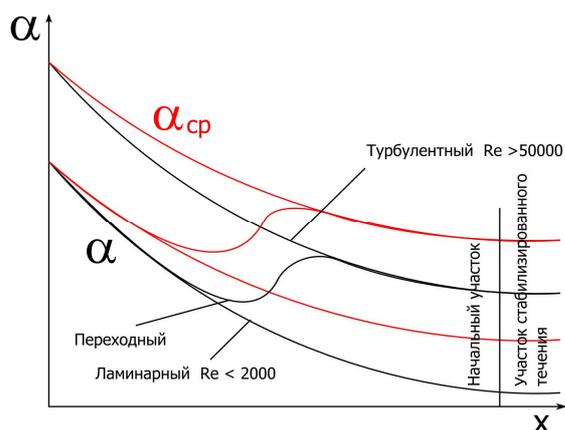
При  $Re < 2 \cdot 10^3$  наблюдается **ламинарное течение** жидкости. Однако **при большом температурном** напоре в поперечном сечении ламинарного потока может возникнуть свободное движение, обусловленное силой гравитации. Поэтому среди неизотермических ламинарных потоков различают **вязкостный и вязкостно-гравитационный режимы течения**. В первом случае сила вязкости превалирует над силой гравитации и свободное движение не возникает. Во втором случае движение жидкости в трубе только условно можно назвать ламинарным.

При  $Re > 10^4$  поток становится **турбулентным**, но в начале трубы по-прежнему **сохраняется участок с ламинарным пограничным слоем**.

При  $Re > 5 \cdot 10^4$  **турбулентный** пограничный слой начинает формироваться практически от начала трубы.

При  $2 \cdot 10^3 < Re < 10^4$  наблюдается **переходный режим течения и теплообмена**.

Изменение толщины и структуры пограничного слоя определяет изменение коэффициента теплоотдачи по длине трубы.



На рисунке показано изменение местного и среднего коэффициентов теплоотдачи для трубы с одинаковой по всей длине структурой пограничного слоя и для трубы, в начале которой наблюдается ламинарный пограничный слой, переходящий затем в турбулентный.

Для турбулентного течения длина теплового начального участка, на котором изменяется местный коэффициент теплоотдачи, составляет  $10d \dots 15d$  средний коэффициент теплоотдачи изменяется на длине  $50d$ .

## 2. ТЕПЛОТДАЧА ПРИ ВЯЗКОСТНОМ ЛАМИНАРНОМ ТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ В ГЛАДКИХ ТРУБАХ КРУГЛОГО СЕЧЕНИЯ

Рассмотрим гидродинамически и термически стабилизированное течение жидкости в прямой круглой трубе. Будем предполагать, что жидкость несжимаема, ее физические свойства от температуры не зависят. Для этих условий дифференциальные уравнения конвективного теплообмена, описывающие стационарное осесимметричное течение в приближении пограничного слоя, имеют вид:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_r}{\partial r} + \frac{w_r}{r} = 0 \\
& \rho w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + \rho w_r \frac{\partial w_x}{\partial r} = \mu \left( \frac{\partial^2 w_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w_x}{\partial r} \right) - \frac{dP}{dx} \\
& \rho c_p w_x \frac{\partial T}{\partial x} + \rho c_p w_r \frac{\partial T}{\partial r} = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \\
& P(r) = \text{const}
\end{aligned} \tag{3}$$

При постоянной площади поперечного сечения и стабилизированном профиле скоростей  $w_r = 0$ . С учетом этого, уравнения (3) упрощаются:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial w_x}{\partial x} = 0 \Rightarrow w_x = f(r) \\
& \mu \left( \frac{d^2 w_x}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw_x}{dr} \right) = \frac{dP}{dx} \\
& \frac{\lambda}{\rho c_p w_x} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\partial T}{\partial x} \\
& P(r) = \text{const}
\end{aligned} \tag{4}$$

#### Рассмотрим решение динамической задачи.

Перепад давления можно считать постоянным и равным:

$$\frac{dP}{dx} = \frac{P_{\text{вых}} - P_{\text{вх}}}{L} = \text{const} < 0, \tag{5}$$

Уравнение движения в этом случае имеет аналитическое решение, которое с учётом граничных условий  $\left( \frac{dw_x}{dr} \right)_{r=0} = 0; (w_x)_{r=R} = 0$  может быть записано следующим образом:

$$w_x = -\frac{R^2}{4\mu} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \left( \frac{dP}{dx} \right) = (w_x)_{\text{max}} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \tag{6}$$

Изотермическое ламинарное течение жидкости в гладкой круглой трубе, распределение скорости которого определяется, полученным соотношением (6), носит название **течения Гагена - Пуазейля**.

Течение Гагена - Пуазейля характеризуется параболическим распределением скорости потока по радиусу трубы. Максимум скорости жидкости находится на оси струи, а среднерасходная скорость потока может быть определена, как:

$$\frac{w_x}{(w_x)_{\text{max}}} = \frac{2}{R^2} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) = -\frac{2}{8\mu} \left( \frac{dP}{dx} \right) \tag{7}$$

Отсюда можно получить известное соотношение для коэффициента сопротивления трения круглой трубы при стабилизированном ламинарном режиме течения жидкости:

$$\xi = - \left( \frac{dP}{dx} \right) \frac{2}{\rho w_x^2} d = 64 \frac{\mu}{\rho w_x d} = \frac{64}{\text{Re}} \tag{8}$$

**Рассмотрим задачу теплоотдачи от поверхности трубы.**

При заданном параболическом профиле скорости (6) уравнение энергии можно переписать в виде:

$$\frac{c_p \rho \overline{w}_x}{\lambda} r \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right); \quad \underbrace{\frac{c_p \mu}{\lambda}}_{Pr} \underbrace{\frac{\rho \overline{w}_x 2R}{\mu}}_{Re} \frac{\partial T}{\partial x} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \frac{r}{R} = \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (9)$$

$$\boxed{Pe \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \frac{r}{R} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right)}$$

Предположим, что на стенке трубы задано постоянное значение теплового потока  $q_{cr} = \text{const}$ , тогда граничные условия можно записать следующим образом:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=0, x>0} = 0; \quad \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R, x>0} = -\frac{q_{cr}}{\lambda}; \quad (T)_{r=0 \dots R, x=0} = T_1 \quad (10)$$

где:  $T_1$  - температура теплоносителя на входе в трубу.

Для теплообмена за участком термической стабилизации, при постоянном значении теплового потока, из баланса теплоты, записанного для элементарного отрезка трубы  $Gc_p d\bar{T} = \rho \overline{w}_x \pi R^2 c_p \cdot d\bar{T} = q_{cr} 2\pi R \cdot dx$ , можно получить:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_{cr}}{dx} = \frac{d\bar{T}}{dx} = -\frac{2q_{cr}}{c_p \rho \overline{w}_x R} = -\frac{4q_{cr}}{\lambda \cdot Pe}, \quad (11)$$

где:  $T_{cr}, \bar{T}$  - температура внутренней поверхности трубы и среднemasсовая температура потока.

Знак минус означает, что положительному направлению теплового потока (от оси трубы к стенке и далее в окружающее пространство) соответствует отрицательный градиент температуры вдоль оси трубы, т.е. теплоноситель охлаждается.

Из соотношений (11) и (9) следует:

$$-\frac{4q_{cr}}{\lambda} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \frac{r}{R} = \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) \quad (12)$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=0} = 0; \quad \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R} = -\frac{q_{cr}}{\lambda}$$

Полученное уравнение имеет аналитическое решение. Вводя новую переменную  $\bar{r} = r/R$ , получим:

$$-\frac{4q_{cr} R}{\lambda} (1 - \bar{r}^2) \bar{r} = \frac{d}{d\bar{r}} \left( \bar{r} \frac{dT}{d\bar{r}} \right); \quad \frac{2q_{cr} R}{\lambda} (1 - \bar{r}^2) d(1 - \bar{r}^2) = d \left( \bar{r} \frac{dT}{d\bar{r}} \right)$$

$$\frac{q_{cr} R}{\lambda} (1 - \bar{r}^2)^2 = \bar{r} \frac{dT}{d\bar{r}} + C_1; \quad \frac{q_{cr} R}{\lambda} \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\bar{r}^2} - 2 + \bar{r}^2 \right) d\bar{r}^2 - \frac{C_1}{\bar{r}} d\bar{r} = dT \quad (13)$$

$$\frac{q_{cr} R}{\lambda} \frac{1}{4} (\bar{r}^2 - 4) \bar{r}^2 + \left( \frac{q_{cr} R}{\lambda} - C_1 \right) \ln \bar{r} = T + C_2$$

Из граничных условий следует, что:

$$\frac{dT}{dr} = \frac{1}{r} \left( \frac{q_{cr} R}{\lambda} (1-r^{-2})^2 - C_1 \right)$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R} = \left( \frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial \bar{r}} \right)_{\bar{r}=1} = \left( \frac{\partial T}{\partial r} \frac{1}{R} \right)_{\bar{r}=1} = -\frac{q_{cr}}{\lambda} \Rightarrow \boxed{\left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{\bar{r}=1} = -\frac{q_{cr} R}{\lambda}}$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{\bar{r}=1} = -C_1 = -\frac{q_{cr} R}{\lambda} \Rightarrow C_1 = \frac{q_{cr} R}{\lambda} \quad (14)$$

или

$$\left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=0} = \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{\bar{r}=0} = \frac{1}{r} \left( \frac{q_{cr} R}{\lambda} - C_1 \right) = 0 \Rightarrow C_1 = \frac{q_{cr} R}{\lambda}$$

Отсюда:

$$\boxed{T = \frac{q_{cr} R}{\lambda} \frac{1}{4} (r^{-2} - 4) r^{-2} - C_2} \quad (15)$$

Получим выражение для среднemasовой температуры теплоносителя:

$$\bar{T} = \frac{1}{F w_x} \int_0^F w_x T df, \quad (16)$$

где:  $f = \pi r^2$ ;  $f = \pi R^2$ .

Отсюда можно получить:

$$\bar{T} = 2 \int_0^1 T \frac{w_x \bar{r} d\bar{r}}{w_x}$$

$$\bar{T} = 4 \int_0^1 \left( \frac{q_{cr} R}{\lambda} \frac{1}{4} (r^{-2} - 4) r^{-2} - C_2 \right) (1-r^{-2}) \bar{r} d\bar{r}$$

$$\bar{T} = 2 \int_0^1 \left( \frac{q_{cr} R}{\lambda} \frac{1}{4} (r^{-2} - 4) r^{-2} - C_2 \right) (1-r^{-2}) dr^2 \quad | \quad r^{-2} = z \quad (17)$$

$$\bar{T} = -\frac{q_{cr} R}{\lambda} \frac{1}{2} \int_0^1 (z^3 - 5z^2 + 4z) dz - C_2$$

$$\bar{T} = -\frac{q_{cr} R}{\lambda} \frac{1}{2} \left( \frac{1}{4} - \frac{5}{3} + \frac{4}{2} \right) - C_2$$

$$\boxed{\bar{T} = -\frac{q_{cr} d}{\lambda} \frac{7}{48} - C_2}$$

Исходя из уравнения (11) и граничного условия при  $x=0$  также можно получить значение среднemasовой температуры потока:

$$\frac{d\bar{T}}{dx} = -\frac{4q_{cr}}{\lambda \cdot Pe} \Rightarrow \int_{T_1}^{\bar{T}} d\bar{T} = -\int_0^x \frac{4q_{cr}}{\lambda \cdot Pe} dx \Rightarrow \bar{T} - T_1 = -\frac{4q_{cr} x}{\lambda \cdot Pe} \Rightarrow \boxed{\bar{T} = T_1 - \frac{4q_{cr} x}{\lambda \cdot Pe}} \quad (18)$$

Объединяя выражения (17) и (18), получим:

$$C_2 = \frac{q_{cr} d}{\lambda} \left( \frac{4}{Pe} \frac{x}{d} - \frac{7}{48} \right) - T_1. \quad (19)$$

Отсюда:

$$T = T_1 - \frac{q_{cr} d}{\lambda} \left( \frac{4}{Pe d} \frac{x}{r} + \frac{r^{-2}}{2} - \frac{r^{-4}}{8} - \frac{7}{48} \right). \quad (20)$$

Температура стенки может быть получена следующим образом:

$$T_{cr} = (T)_{r=1} = T_1 - \frac{q_{cr} d}{\lambda} \left( \frac{4}{Pe d} \frac{x}{r} + \frac{11}{48} \right). \quad (21)$$

Минимальное значение температуры потока:

$$T_{min} = (T)_{r=0} = T_1 - \frac{q_{cr} d}{\lambda} \left( \frac{4}{Pe d} \frac{x}{r} - \frac{7}{48} \right). \quad (22)$$

Определим выражение для коэффициента теплоотдачи:

$$\alpha = \frac{q_{cr}}{T - T_{cr}} = \frac{48 \lambda}{11 d} \Rightarrow \alpha = 4.36 \frac{\lambda}{d}. \quad (23)$$

В итоге значение числа Нуссельта, равно:

$$Nu = \frac{\alpha d}{\lambda} = 4.36 \quad (24)$$

При постоянной температуре стенки  $T_{cr} = \text{const}$  аналогичные рассуждения приводят к следующему соотношению:

$$Nu = 3.66 \quad (25)$$

Эти формулы характеризуют теплоотдачу в трубе на участке стабилизированного течения при небольших перепадах температур по сечению трубы, т.е. когда свойства жидкости можно считать постоянными. Значения числа Нуссельта могут существенно отличаться от действительности из-за зависимости физических свойств теплоносителя от температуры.

### 3. ТЕПЛОТДАЧА ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ В ТРУБАХ РАЗЛИЧНОГО СЕЧЕНИЯ

Опытные данные по средним коэффициентам теплоотдачи **в трубах и каналах при турбулентном режиме** течения теплоносителя  $Re > 10^4$  хорошо описываются **формулой Михеева**.

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{\alpha} d}{\lambda_0} = 0.021 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr_0^{0.43} \left( \frac{Pr_0}{Pr_{cr}} \right)^{0.25}, \quad (26)$$

где:  $Re = \frac{4G}{\pi d \mu_0} = 10^4 \dots 5 \cdot 10^6$  и  $Pr_0 = \frac{\mu_0 c_{p0}}{\lambda_0} = 0.6 \dots 2500$ , все свойства жидкости с индексом 0 рассчитываются **по определяющей температуре среды**, равной средней по сечению трубы температуре жидкости.

Свободное движение не оказывает влияния на теплоотдачу при турбулентном режиме течения, и потому критерий Грасгофа не входит в уравнение подобия.

Уравнение (26) справедливо для **различной формы поперечного сечения канала**, в том числе для кольцевого  $d_2/d_1 = 1 \dots 5.6$  и щелевого  $a/b = 1 \dots 40$ . Для определения числа

Рейнольдса и числа Нуссельта в данном случае используют **эквивалентный диаметр канала**:

$$d_{\text{экв}} = \frac{4S}{p}, \quad (27)$$

где:  $S$  - площадь поперечного сечения канала,  $p$  - его периметр.

Приведённая формула справедлива для установившегося течения жидкости в канале, т.е. при  $L/d_{\text{экв}} > 50$ . Для коротких труб  $L/d_{\text{экв}} < 50$  формулу необходимо домножить на поправочный коэффициент  $\epsilon_1 > 1$ , значения которого для конкретных случаев приводятся в справочной литературе.

Для **воздуха** число Прандтля практически постоянно в широком диапазоне температур. В связи с этим приведённая формула может быть упрощена:

$$\overline{Nu} = 0.018 \cdot Re^{0.8} \quad (28)$$

#### 4. ТЕПЛОТДАЧА ПРИ ЛАМИНАРНОМ ВЯЗКОСТНО-ГРАВИТАЦИОННОМ РЕЖИМЕ ТЕЧЕНИЯ

Для оценки теплоотдачи в трубах и каналах при  $Re < 2 \cdot 10^3$  и вязкостно-гравитационном режиме течения рекомендуется использовать уравнение:

$$\overline{Nu} = 0.15 \cdot Re^{0.33} \cdot Gr^{0.1} \cdot Pr_0^{0.43} \left( \frac{Pr_0}{Pr_{\text{ст}}} \right)^{0.25} \quad (29)$$

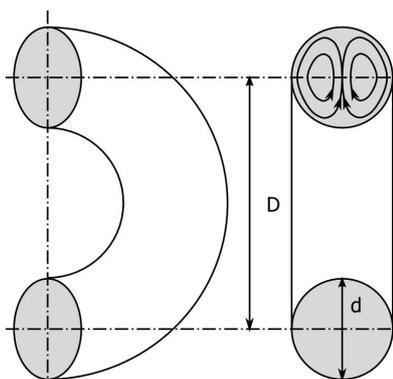
Это уравнение определяет среднюю теплоотдачу в трубах и каналах различного поперечного сечения. За определяющий размер здесь принят диаметр трубы или эквивалентный диаметр канала.

Для коротких труб  $L/d_{\text{экв}} < 50$  в формулу также необходимо домножить поправочный коэффициент  $\epsilon_1$ .

#### 5. ТЕПЛОТДАЧА В ИЗОГНУТЫХ ТРУБАХ (ЗМЕЕВИКАХ)

Экспериментальное исследование структуры потока в криволинейных трубах показывает, что под воздействием массовых сил в поперечном сечении потока возникают вторичные течения в форме парного вихря. **Направление вращения жидкости в замкнутых контурах определяется направлением действия массовых сил.**

При течении жидкости через криволинейные трубы и каналы возможны **ламинарный, ламинарный с макровихрями и турбулентный режимы** течения.



При исследовании устойчивости потока в змеевиках используется **число Дина**.

$$De = Re \sqrt{\frac{d}{D}} \quad (30)$$

Анализ опытных данных по гидравлическому сопротивлению в змеевиках позволил заключить, что граница между **ламинарным режимом течения и ламинарным с макровихрями** в длинных змеевиках характеризуется условием  $De = 11.6$  или

$$Re_{\text{лам-макро}} = 11.6 \sqrt{\frac{D}{d}} \quad (31)$$

Для границы между **ламинарным течением с макровихрями и турбулентным потоком**:

$$Re = 18500 \left( \frac{d}{D} \right)^{0.3} \quad (32)$$

В **ламинарном потоке** массовые силы не влияют на процесс теплообмена.

Для **ламинарного течения с макровихрями** при  $De = 26 \dots 7 \cdot 10^3$  и  $\frac{D}{d} = 6.2 \dots 62.5$  уравнение подобия имеет вид:

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{\alpha d}}{\lambda} = 0.0575 Re^{0.33} De^{0.42} Pr_0^{0.43} \left( \frac{Pr_0}{Pr_{cr}} \right)^{0.25} \quad (33)$$

Для **турбулентного течения** при  $Re = Re_{кр} \dots 6.7 \cdot 10^4$  и  $\frac{D}{d} = 6.2 \dots 104$  обобщение опытных данных приводит к уравнению:

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{\alpha d}}{\lambda} = 0.0266 \left[ Re^{0.85} \left( \frac{d}{D} \right)^{0.15} + 0.225 \left( \frac{D}{d} \right)^{1.55} \right] Pr_0^{0.4} \quad (34)$$

Массовые силы увеличивают коэффициент теплоотдачи змеевика по сравнению с прямой трубой. Интенсификация теплообмена с помощью вторичных течений, обусловленных искривлением канала, с **точки зрения энергетических затрат часто оказывается более целесообразной, чем достижение того же эффекта за счет увеличения скорости.**

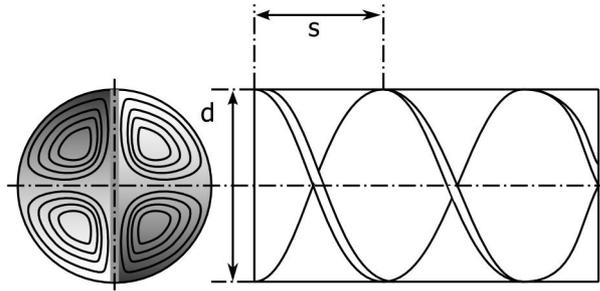
Так, для трубы с  $Re = 10^4$  увеличение коэффициента теплоотдачи в 1.3 раза вследствие искривления трубы сопровождается увеличением энергетических затрат на перемещение жидкости в 1.37 раза. Такая же интенсификация теплообмена за счет увеличения скорости движения жидкости приводит к увеличению энергетических затрат в 1.76 раза.

## 6. ТЕПЛОТДАЧА В ТРУБАХ С ЗАКРУТКОЙ ПОТОКА

Закрутка потоков в трубах используется в качестве **средства интенсификации теплообмена**. Она может осуществляться равномерно по всей трубе или только на её начальном участке. В первом случае процесс можно назвать **закруткой с постоянным по длине шагом**, и во втором - **местной закруткой потока**.

Закрутку потока с постоянным по длине шагом можно создать с помощью закрученной в виде винта ленты.

Местную закрутку потока можно осуществить с помощью лопаточного завихрителя, короткой ленточной вставкой, путем подвода всей жидкости или части ее через тангенциальные щели.



**Рассмотрим теплоотдачу в трубе с ленточным завихрителем.** Закрутка потока приводит к появлению неоднородного поля массовых сил в поперечном сечении потока. В закрученном потоке, возникает парный вихрь, а режим течения может быть, как и в змеевиках, **ламинарным, ламинарным с макровихрями и турбулентным.**

Границы режимов течения жидкости в трубах с ленточными завихрителями определены на основе опытных данных по гидравлическому сопротивлению. Граница **ламинарного течения и ламинарного с макровихрями** определяется величиной критерия Рейнольдса:

$$Re_{\text{лам-макро}} = 11.6 \sqrt{0.5 + \frac{8}{\pi^2} \left(\frac{s}{d}\right)^2}, \quad (35)$$

где:  $s$  - шаг закрутки,  $d$  - диаметр трубы.

Для границы между **ламинарным течением с макровихрями и турбулентным потоком**:

$$Re_{\text{макро-турб}} = 38900 \left(\frac{d}{s}\right)^{1.16} + 2300 \quad (36)$$

Число Дина для закрученных потоков выражается следующим образом:

$$De = \frac{\overline{\rho w_x d_{\text{экв}}}}{\mu} = \frac{Re}{\sqrt{0.5 + \frac{8}{\pi^2} \left(\frac{s}{d}\right)^2}}, \quad (37)$$

где:  $d_{\text{экв}}$  - эквивалентный диаметр канала, образованный стенками трубы и ленточной вставкой.

Количественные соотношения, характеризующие теплообмен в трубах с ленточными завихрителями, получены на основе обобщения экспериментальных данных.

Для ламинарного течения с макровихрями при  $De = 150 \dots 8 \cdot 10^3$  и  $\frac{s}{d} = 2.5 \dots 11$  теплоотдача в длинной трубе описывается следующим уравнением:

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{\alpha d_{\text{экв}}}}{\lambda} = 0.3 Re^{0.33} De^{0.27} Pr^{0.43} \quad (38)$$

Для турбулентных потоков при  $Re = Re_{\text{макро-турб}} \dots 5.9 \cdot 10^4$  и  $\frac{s}{d} = 1.79 \dots 13$ :

$$\overline{\text{Nu}} = 0.079 \text{Re}^{0.52} \text{Pr}^{0.43} \text{De}^{0.22} \quad (39)$$

При больших перепадах температур уравнение (39) необходимо домножить на:

$$\left(\frac{T_0}{T_{\text{ст}}}\right)^{0.575} \text{ — для газов; } \left(\frac{\mu_0}{\mu_{\text{ст}}}\right)^{0.36} \text{ — для жидкостей} \quad (40)$$

## 7. ВОПРОСЫ ДЛЯ ДИСТАНЦИОННОГО ОСВОЕНИЯ ЛЕКЦИИ

1. Что называют гидродинамическим начальным участком?
Ответ:
2. Запишите диапазоны чисел Рейнольдса для развитого ламинарного течения в трубе, для переходного и турбулентного режима течения.
Ответ:
3. Запишите законы теплоотдачи при развитом ламинарном режиме течения в гладкой трубе для постоянной температуры стенки и для постоянного теплового потока на стенке трубы.
Ответ:
4. Запишите формулу Михеева.
Ответ:
5. Какой дополнительный режим течения возникает в изогнутых трубах.
Ответ:
6. Запишите закон теплоотдачи при течении в трубах с закруткой потока.
Ответ:
Фамилия Имя Отчество:
Группа:
Подпись:
Дата:



## ПРИЛОЖЕНИЕ

Преобразование уравнения энергии и граничных условий к безразмерному виду.

Согласно данным работы:

Цветков Ф.Ф., Григорьев Б.А. Тепломассообмен: Учебное пособие для вузов. – 2-ое изд. – М.: Издательство МЭИ, 2005. – 550 с.

$$\frac{\partial T}{\partial x} \frac{2}{Pe d} \cdot R \cdot (1-r^2) r = \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right)$$

$$\boxed{X = \frac{x}{Pe d}}$$

$$\frac{\partial T}{\partial X} (1-r^2) = \frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr}$$

$$\boxed{\Theta = \frac{T - T_1}{T_{cr} - T_1}} \Rightarrow T = (T_{cr} - T_1) \Theta + T_{cr}$$

$$\boxed{\frac{\partial \Theta}{\partial X} (1-r^2) = \frac{d^2 \Theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\Theta}{dr}}$$

граничные условия

$$\left( \frac{d\Theta}{dr} \right)_{r=0} = 0 \Rightarrow \left( \frac{R}{T_{cr} - T_1} \frac{dT}{dr} \right)_{r=0} = 0 \Rightarrow \left( \frac{dT}{dr} \right)_{r=0} = 0$$

$$\left( \frac{d\Theta}{dr} \right)_{r=1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \left( \frac{R}{T_{cr} - T_1} \frac{dT}{dr} \right)_{r=R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \left( \frac{dT}{dr} \right)_{r=R} = \frac{1}{2} \frac{(T_{cr} - T_1)}{R}$$

$$q_{cr} = \left( -\lambda \frac{dT}{dr} \right)_{r=R} = -\frac{\lambda (T_{cr} - T_1)}{d}$$

Решение безразмерного уравнения:

$$\Theta = A \cdot X + f(r)$$

$$A (1-r^2) = \frac{d^2 f}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{df}{dr}$$

$$\left( \frac{df}{dr} \right)_{r=0} = 0; \left( \frac{df}{dr} \right)_{r=1} = \frac{1}{2}$$

Отсюда:

$$A(1-\bar{r}^{-2})\bar{r} = \frac{d}{d\bar{r}} \left( \bar{r} \frac{df}{d\bar{r}} \right)$$

$$\left( \frac{df}{d\bar{r}} \right)_{\bar{r}=0} = 0; \left( \frac{df}{d\bar{r}} \right)_{\bar{r}=1} = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{A}{16}(\bar{r}^{-2} - 4)\bar{r}^2 - \left( \frac{A}{4} + C_1 \right) \ln \bar{r} = f + C_2$$

$$\frac{df}{d\bar{r}} = -\frac{1}{\bar{r}} \left( \frac{A}{4} (1-\bar{r}^{-2})^2 + C_1 \right)$$

$$\left( \frac{df}{d\bar{r}} \right)_{\bar{r}=1} = -C_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow C_1 = -\frac{1}{2}; \left( \frac{df}{d\bar{r}} \right)_{\bar{r}=0} = A - 2 = 0 \Rightarrow \boxed{A = 2}$$

$$\boxed{f = \frac{\bar{r}^{-2}}{2} - \frac{\bar{r}^{-4}}{8} - C_2}$$

Или:

$$\Theta = \frac{4}{\text{Pe d}} x + \frac{\bar{r}^{-2}}{2} - \frac{\bar{r}^{-4}}{8} - C_2$$

Безразмерная среднemasсовая температура:

$$\bar{\Theta} = \frac{\bar{T} - T_1}{T_{\text{cr}} - T_1} = 2 \int_0^1 \left( \frac{T - T_1}{T_{\text{cr}} - T_1} + \frac{T_1}{T_{\text{cr}} - T_1} \right) \frac{w_x \bar{r} d\bar{r}}{w_x} - \frac{T_1}{T_{\text{cr}} - T_1}$$

$$\bar{\Theta} = 4 \int_0^1 \left( \Theta + \frac{T_1}{T_{\text{cr}} - T_1} \right) (1-\bar{r}^{-2}) \bar{r} d\bar{r} - \frac{T_1}{T_{\text{cr}} - T_1}$$

$$\bar{\Theta} = 2 \int_0^1 \left( \Theta + \frac{T_1}{T_{\text{cr}} - T_1} \right) (1-z) dz - \frac{T_1}{T_{\text{cr}} - T_1} \quad \left| \bar{r}^{-2} = z \right.$$

$$\bar{\Theta} = 2 \int_0^1 \Theta (1-z) dz - 2 \frac{T_1}{T_{\text{cr}} - T_1} \int_0^1 (1-z) d(1-z) - \frac{T_1}{T_{\text{cr}} - T_1}$$

$$\bar{\Theta} = 2 \int_0^1 \Theta (1-z) dz - 2 \frac{T_1}{T_{\text{cr}} - T_1} \frac{(1-z)^2}{2} \Big|_0^1 - \frac{T_1}{T_{\text{cr}} - T_1}$$

$$\boxed{\bar{\Theta} = 4 \int_0^1 \Theta (1-\bar{r}^{-2}) \bar{r} d\bar{r}}$$

После подстановки  $\Theta$  получим:

$$\bar{\Theta} = 4 \int_0^1 \left( 2X + \frac{\bar{r}^{-2}}{2} - \frac{\bar{r}^{-4}}{8} - C_2 \right) (1 - \bar{r}^{-2}) \bar{r} d\bar{r}$$

$$\bar{\Theta} = 2 \int_0^1 \left( 2X + \frac{z}{2} - \frac{z^2}{8} - C_2 \right) (1 - z) dz \quad \left| \bar{r}^{-2} = z \right.$$

$$\bar{\Theta} = 2 \int_0^1 \left( 2X + \frac{z}{2} - \frac{z^2}{8} \right) (1 - z) dz + 2C_2 \underbrace{\int_0^1 (1 - z) d(1 - z)}_{-1/2}$$

$$\bar{\Theta} = -4X \int_0^1 (1 - z) d(1 - z) + \int_0^1 (z - z^2) dz - \frac{1}{4} \int_0^1 (z^2 - z^3) dz - C_2$$

$$\bar{\Theta} = 2X + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) - C_2$$

$$\boxed{\bar{\Theta} = \frac{4}{\text{Pe d}} x + \frac{7}{48} - C_2}$$

Из балансовых соотношений:

$$\bar{\Theta} = \frac{4}{\text{Pe d}} x$$

Отсюда:

$$C_2 = \frac{7}{48} \Rightarrow \boxed{\bar{\Theta} = \frac{4}{\text{Pe d}} x + \frac{\bar{r}^{-2}}{2} - \frac{\bar{r}^{-4}}{8} - \frac{7}{48}}$$

Выполнение граничных условий:

$$\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial \bar{r}} = \bar{r} \left( 1 - \frac{\bar{r}^{-2}}{2} \right)$$

$$\left( \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial \bar{r}} \right)_{\bar{r}=0} = 0; \quad \left( \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial \bar{r}} \right)_{\bar{r}=1} = \frac{1}{2}$$